

Prov: Ma3b - kap. 1-2

2021-12-21

Del I

1. Bestäm derivatan av de angivna funktioner:

(a) $f(x) = 42 + \frac{x}{2} + x^2 + 3x^3$

(b) $f(x) = x^{-1} + \frac{1}{x^2}$

(c) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

(d) $f(x) = e^x - 3e^{-2x} + 2e^{\frac{x}{2}}$

(e) $f(x) = \frac{3x^6 + 5x^6}{x^{-2}}$ Tips: börja med att förenkla.

2. Beräkna $f'(-2)$ om $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$.

3. För vilka värden på x är $f'(x) = 0$ om $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 42$?

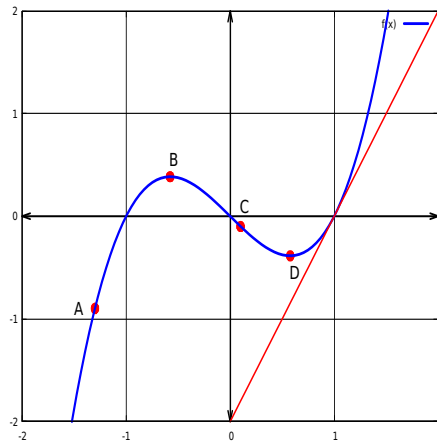
4. Deluppgifter a-d hänvisar till en funktion dess graf visas i bilden bredvid.

(a) För vilka av punkterna A,B,C,D gäller $f'(x) > 0$?

(b) För vilka av punkterna A,B,C,D gäller $f'(x) = 0$?

(c) För vilka av punkterna A,B,C,D gäller $f'(x) < 0$?

(d) Bestäm $f'(1)$ utifrån grafen.



5. Skriv en ekvation för tangenten till grafen av $f(x) = \frac{1}{x}$ vid den punkten på grafen där $x = 1$. Tipps: $1/x = x^{-1}$.

6. Använd derivatans definition för att bestämma derivatan av

$$f(x) = 2x^2 + x.$$

Del II

7. Använd central differenskvoten för att approximera derivatan av

$$f(x) = e^{1+x}$$

vid $x = 0$. Ta $h = 0,01$. Avrunda svaret till två decimaler.

8. En sprintares avstånd från startlinjen ges av

$$y = 10x + 10e^{-x} - 10$$

där y är avstånd i meter från startlinjen och x är tid i sekunder sedan startskottet.

- (a) Vad är sprintarens hastighet 2 sekunder från startskottet? Avrunda svaret till två decimaler.
 - (b) Vad är sprintarens medelhastighet under de första 2 sekunder av loppet? Avrunda svaret till två decimaler.
 - (c) Varför tror du att svaren i a och b skiljer sig?
9. Visa att central differenskvoten är faktiskt *lika med* derivatan för

$$f(x) = x^2.$$

Ditt bevis ska gälla för godtyckligt h . **Obs:** räknaren hjälper inte med just denna.